

# Meshless point collocation method によるメッシュレス破壊解析手法の開発

田中 栄次

(技術研究所)

## Fracture Analysis of Concrete Using Meshless Point Collocation Method

Eiji Tanaka

コンクリートは、変形に応じてひび割れが進展する準脆性的な破壊性状を示し、有限要素法をはじめとする既往の手法で破壊現象を忠実に評価することが困難である。これに対し、Meshless point collocation method(MPCM)は完全なメッシュレス解析手法であり、材料の弾性変形とひび割れによる不連続性の双方を適切に表現できるため、破壊解析に適している。そこで、本報では、MPCM を用いてコンクリートの破壊現象の再現を試みた。具体的には、MPCM による破壊解析手法の概要を述べた上で、既往の破壊問題を対象とした数値解析事例を挙げ、解析精度を検証することで、本解析手法の有効性を検討した。

This paper presents a meshless point collocation method (MPCM) for three-dimensional fracture analysis of concrete structure. MPCM achieves a truly meshless scheme based on direct discretization of strong-form governing equations, which needs no numerical integration. In addition, a cohesive crack model is directly introduced in combination with the crack growth procedure to express the quasi-brittle fracture of concrete. The accuracy and robustness of the presented method were demonstrated through its application to several numerical examples.

### 1. 序論

コンクリートをはじめとするセメント系複合材料は、その材料不均質性から、変形に伴い徐々にひび割れが進展する準脆性的な破壊性状を示すことが知られている。これらの準脆性材料の破壊挙動を適切に再現可能な数値解析手法は、地震時における終局挙動評価等、コンクリート構造物の安全性評価への活用が期待できる。

コンクリートの破壊解析手法としては、これまでに様々な手法が開発されており、大別して3つのアプローチが挙げられる。第一に、構造解析手法として普及している有限要素法(FEM)を基盤とし、コンクリートの損傷を材料非線形性として巨視的に表現する方法がある<sup>1)</sup>。次に、コンクリートを、Voronoi 分割等により離散化された剛体と剛体間をつなぐばねでモデル化する不連続体解析手法が提案されている<sup>2)</sup>。これら2つの手法では、各々の離散化手法がもたらす制限により、コンクリートの破壊挙動を連続体・不連続体どちらか一方のみで近似する。しかしながら、コンクリートの破壊では、ひび割れによる不連続性の発生と、材料が連続体として変形する挙動が共存するため、

両者を考慮した解析手法でなければ、現象の忠実なモデル化は困難である。この問題に対し、連続性と不連続性の双方を直接的に表現し得る第三の手法として、Element free Galerkin method (EFGM)や Extended finite element method (XFEM)といったメッシュフリー・メッシュレス解析手法が提案されている。同手法は、FEM に必要なメッシュを用いない、あるいはメッシュによる数値計算上の制約を軽減し疑似的にメッシュレスを満足した連続体の解析手法である。つまり、メッシュに依存せず(または部分的な使用に留め)連続体を扱えるため、破壊による不連続性も容易に導入できる。

本報では、コンクリートを対象としたメッシュレス破壊解析の将来性・有効性に着目し、Meshless point collocation method (MPCM)による破壊解析手法の構築を試みた。MPCM は、Finite point method (FPM)<sup>3)</sup>等で用いられているメッシュレス解析法の一つである。他の多くのメッシュフリー・メッシュレス解析法と比較して、MPCM は完全なメッシュレス解析が可能という利点があり、破壊解析への適用性が高いと考えられる。そこで、MPCM を基に、コンクリートの破

壊挙動をモデル化する手法を導入することで、種々の破壊問題への適用を試みた。

本報は、本章及び最終章の結論を含む5章で構成される。2章では、MPCMの概要を説明している。3章では、MPCMにCohesive crackモデル<sup>4)</sup>等を導入することで、コンクリートの三次元メッシュレス破壊解析手法を提案した。4章では、提案した解析手法の適用性を、既往の破壊問題に基づく数値解析事例を通して検討した。

## 2. Meshless Point collocation method

### 2.1 支配方程式の数値解法

図-1に示す境界 $\Gamma(\Gamma_t \cup \Gamma_u)$ を有する領域 $\Omega$ について、次式で与えられる境界値問題を考える。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_\Omega(\mathbf{u}) &= \text{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} && \text{in } \Omega \\ \mathbf{r}_{\Gamma_t}(\mathbf{u}) &= \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} - \mathbf{t} = \mathbf{0} && \text{on } \Gamma_t \\ \mathbf{r}_{\Gamma_u}(\mathbf{u}) &= \mathbf{u} - \mathbf{u}_c = \mathbf{0} && \text{on } \Gamma_u \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{r}_\Omega \cdot \mathbf{r}_{\Gamma_t} \cdot \mathbf{r}_{\Gamma_u}$ ：残差、 $\mathbf{u}$ ：微小変位、 $\boldsymbol{\sigma}$ ：応力、 $\mathbf{b}$ ：物体力、 $\mathbf{n}$ ：表面法線、 $\mathbf{t}$ ：表面力、 $\mathbf{u}_c$ ：表面変位である。FEMをはじめとする既往の手法の多くは、上式を大域系・弱形式の支配方程式に変換し数値積分を行う。一方、MPCMでは、局所系・強形式の支配方程式を直接的に離散化することで、数値積分のためにメッシュや積分点を定義する必要がない。さらに、形状関数作成においても、移動最小二乗法(MLS)やReproducing kernelといったメッシュに依らない補間手法を用いることで、完全なメッシュレス解析が可能となる。

既往のMPCMは概ね線形問題を対象としているため、各粒子について上式を直接的に離散化し、線形代数方程式を得ている。本手法では、非線形問題を扱うために、上式に線形化を施した上で離

散化する。支配方程式の線形化を式(2)、離散化した増分形式の線形代数方程式を式(3)に各々示す。

$$[D\mathbf{r}_\Omega[\delta\mathbf{u}]]_i = \frac{\partial D_{ijkl}}{\partial x_j} \frac{\partial^s \delta u_k}{\partial x_l} + D_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial^s \delta u_k}{\partial x_l} \quad (2)$$

$$D\mathbf{r}_{\Gamma_t}[\delta\mathbf{u}] = (\mathbf{D} : \nabla^s \delta\mathbf{u}) \mathbf{n} - D\mathbf{t}[\delta\mathbf{u}]$$

$$D\mathbf{r}_{\Gamma_u}[\delta\mathbf{u}] = \delta\mathbf{u}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_\Omega \\ \mathbf{K}_{\Gamma_t} \\ \mathbf{K}_{\Gamma_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{u}_\Omega \\ \delta\mathbf{u}_{\Gamma_t} \\ \delta\mathbf{u}_{\Gamma_u} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_\Omega \\ \mathbf{r}_{\Gamma_t} \\ \mathbf{r}_{\Gamma_u} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 $\nabla^s \delta\mathbf{u} = \partial^s u_i / \partial x_j = (\nabla \delta\mathbf{u} + \nabla \delta\mathbf{u}^T) / 2$ 、 $\mathbf{D}$ ：接線係数、 $\mathbf{K}_\Omega \cdot \mathbf{K}_{\Gamma_t} \cdot \mathbf{K}_{\Gamma_u}$ ：式(2)を離散化して得られる、 $\Omega$ 内部・ $\Gamma_t$ 上・ $\Gamma_u$ 上の粒子に各々対応する係数行列の部分行列である。線形代数方程式(3)にNewton-Raphson法等の反復解法を用いることで、従来の非線形解析と同様に、非線形問題の収束解が得られる。

### 2.2 離散化手法

前述のように、MPCMで完全なメッシュレス解析を実現するためには、形状関数をメッシュに依らず作成する必要がある。しかし、従来用いられている補間手法のMLSはKronecker-delta特性を満たさず、補間前後で粒子の変位が一致しないため、変位境界条件を課す際に煩雑な処理が要求される。そこで本手法では、Kronecker-delta特性を満たすように改良されたInterpolating moving least squares (IMLS)<sup>5)</sup>を用いて支配方程式を離散化する。図-1より、粒子 $\mathbf{x}_0$ を中心とした影響半径 $\rho$ 内部の空間(以後は影響領域と呼称)に配置された近傍粒子 $\mathbf{x}_I (I=1, \dots, N)$ を考える。IMLSの特徴は、式(4)に示す特異性を持つ重み関数 $w_I(\mathbf{x})$ で移動最小二乗近似を行う点である。

$$w_I(\mathbf{x}) = \begin{cases} \left\| \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_I}{\rho} \right\|^{-\alpha} & \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_I\| < \rho \\ 0 & \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_I\| \geq \rho \end{cases} \quad (4)$$

IMLSによる形状関数を式(5)に示す。式(5)のように、文献5)では、特異点 $\mathbf{x}=\mathbf{x}_I$ において正規方程式の逆行列を求める際、予め特異部分と非特異部分とに分割した上で漸近的处理を経て形状関数を導出している。

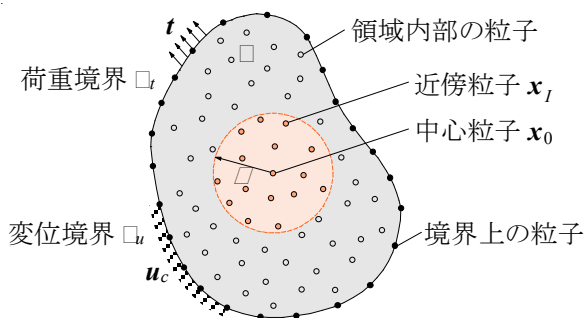


図-1 MPCM 及び IMLS の概要

$$\begin{aligned} \phi_J(\mathbf{x}_I) &= \delta_{IJ} \\ \frac{\partial \phi_J(\mathbf{x}_I)}{\partial \mathbf{x}} &= \begin{cases} \frac{1}{a} \frac{\partial \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_I)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}(\mathbf{x}_I) & \mathbf{x}_I = \mathbf{x}_J \\ w_J(\mathbf{x}_I) \frac{\partial \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_I)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A} \mathbf{p}(\mathbf{x}_J) & \mathbf{x}_I \neq \mathbf{x}_J \end{cases} \\ \mathbf{A} &= \mathbf{R}^{-1} - \frac{1}{a} (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}(\mathbf{x}_I)) (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}(\mathbf{x}_I))^T \\ a &= \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_I) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}(\mathbf{x}_I) \\ \mathbf{R} &= \sum_{J=1, J \neq I}^N w_J(\mathbf{x}_I) \mathbf{p}(\mathbf{x}_J) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_J) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\phi_J(x)$ ：形状関数、 $\mathbf{p}(x)$ ：基底関数、 $\delta_{IJ}$ ：Kroneckerのデルタ関数である。

### 3. メッシュレス破壊解析手法

#### 3.1 ひび割れ進展のモデル化

破壊解析においては、ひび割れの進展による不連続性の変化を適切に表現する必要があるが、本手法はメッシュレス解析であり、解析対象は、表面形状と表面上及び内部に配置された粒子のみでモデル化される。よって、ひび割れ進展による幾何形状変化を、粒子・表面の追加・削除により容易に表現できる。具体的には、図-2に示すように、破壊基準を満たしたひび割れ先端上の粒子から、新たなひび割れ表面・粒子を追加・延長することで、ひび割れを陽的にモデル化した。また、強形式に基づく離散化を行っているため、ひび割れ進展により追加された粒子・表面に式(1)の荷重境界条件を単純に適用することで、支配方程式を容易に修正できる。

ひび割れの進展による不連続性をMPCMで表現する場合、ひび割れ面のモデル化に加え、影響領域の修正が必要となる。ひび割れ近傍の影響領域を図-3に示す。同図において、中心粒子 $\mathbf{x}_0$ の影響領域を、図-1と同じく、単純に影響半径 $\rho$ 内部の空間とすると、ひび割れ面を跨いだ粒子間で相互作用が発生し、ひび割れ間における変形の不連続性が損なわれる。そこで、本手法では、Visibility criterion<sup>6)</sup>に基づき影響領域を修正している。Visibility criterionでは、中心粒子 $\mathbf{x}_0$ の位置から「見えない」粒子は近傍粒子から除外される。つまり、ひび割れ面を跨いだ反対側が影響領域に含まれないため、ひび割れ間における変形の不連続性を表現できる。

既往のメッシュ破壊解析においては、ひび割れ進展に伴う幾何形状変化とメッシュとの整合を図

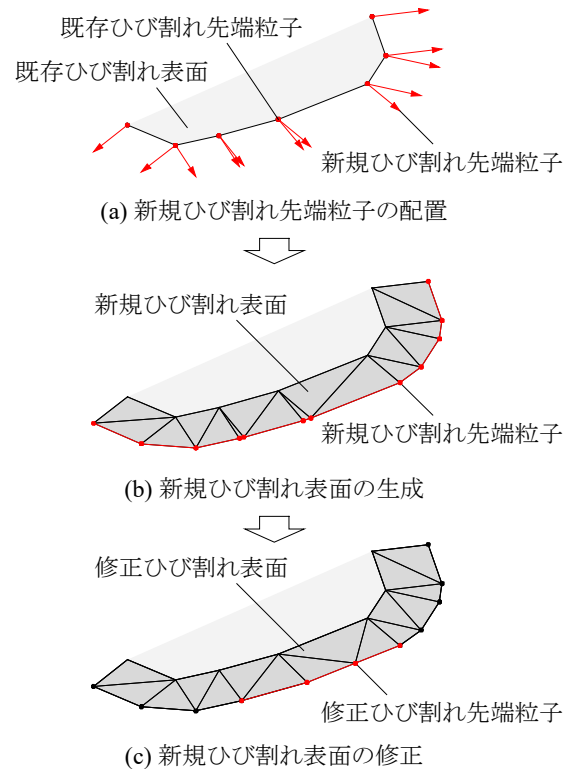


図-2 ひび割れ進展のモデル化概要

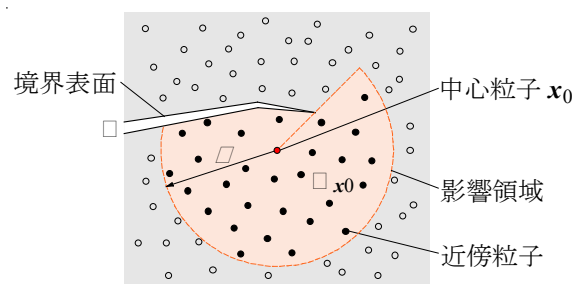


図-3 Visibility criterion による影響領域

る等といった、力学と無関係な数値解析上の制約や、それを解消するための煩雑な処理が生じ得る。それに対し、本手法では、ひび割れ進展方向に特別な制約がなく、純粋に力学的要件に従い決定可能であり、破壊問題を比較的簡便かつ適切に扱える点で優れている。

#### 3.2 コンクリートの破壊モデル化

コンクリートは不均質材料であるため、鋼材等とは異なる破壊現象を示す。具体的には、まず微細ひび割れやインターロッキング等の微視的破壊が一定範囲の空間(破壊進行領域と呼ばれる)に分散して発生した後、それらが進行し、互いに結合することで巨視的ひび割れが形成される。このような準脆性破壊材料には、鋼材等に用いられる線

形破壊力学の適用が困難であるため、Cohesive crackモデルが広く用いられている。ただし、同モデルに基づくコンクリートの破壊モデルは、引張破壊に関しては概ね明らかになっているものの、破壊進行領域におけるせん断挙動については未だ不明な点が多く、検討事例も少ない。そこで本報では、ひび割れ面のせん断伝達挙動を考慮したCohesive crackモデルの拡張を提案した。尚、破壊力学の観点からは、コンクリートの破壊挙動がモードI・II・IIIに分類されるが、本報では、引張破壊主体のモードIを想定したモデル化とした。

Cohesive crackモデルの概要を図-4に示す。同図(a)に示すように、Cohesive crackモデルでは、ひび割れ先端近傍の破壊進行領域における挙動を、仮想のひび割れ表面間に生じる結合力として表す。言い換えれば、この仮想表面は、破壊進行領域と周辺の非破壊領域との境界に対応する。したがって、本手法にCohesive crackモデルを適用する際には、ひび割れ進展で形成されるひび割れ表面を仮想表面と見做し、結合力を表面力として与える。この場合、破壊進行領域で伝達されるひび割れ表面間の引張応力は、結合力の表面法線方向成分で表され、ひび割れの開口に応じて低減される。加えて、ひび割れ表面が図-4(b)に示すせん断変位 $w_{c1} \cdot w_{c2}$ を生じると、ひび割れ表面同士の接触によりせん断応力が伝達される。よって、結合力の表面法線方向成分とせん断成分を、表面の局所座標系に基づいて定めた。局所座標系における各方向成分を個別に考えると、結合力及びその線形化は次式で表される。

$$t_c = \sum_{i=1}^3 t_{ci}(w_{ci})n_i \quad (6)$$

$$Dt_c[\delta u] = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial t_{ci}}{\partial w_{cj}} (n_{ci} \otimes n_{cj}) \delta w_c$$

ここで、 $w_c$ ：表面間の相対変位、 $n_{ci}$ ：局所座標系の正規直交基底、 $w_{ci}$ ： $w_c$ の $n_{ci}$ 方向成分である。以降の記述では、便宜上、表面法線方向を局所座標系の基底 $n_{c3}$ に一致させて考える。結合力の表面法線方向成分は、図-4(c)に示す引張軟化特性で表した。ここで、 $f_t$ ：引張強度、 $G_f$ ：引張破壊エネルギーである。また、せん断方向には、 $i=1,2$ の2成分共に図-4(d)に示す特性を与えた。ここで、 $f_s = 3.83f_c^{1/3}$ 、 $f_c$ ：圧縮強度である。図-4(d)のせん断伝達特性は、接触面密度関数に基づくモデル<sup>7)</sup>を参

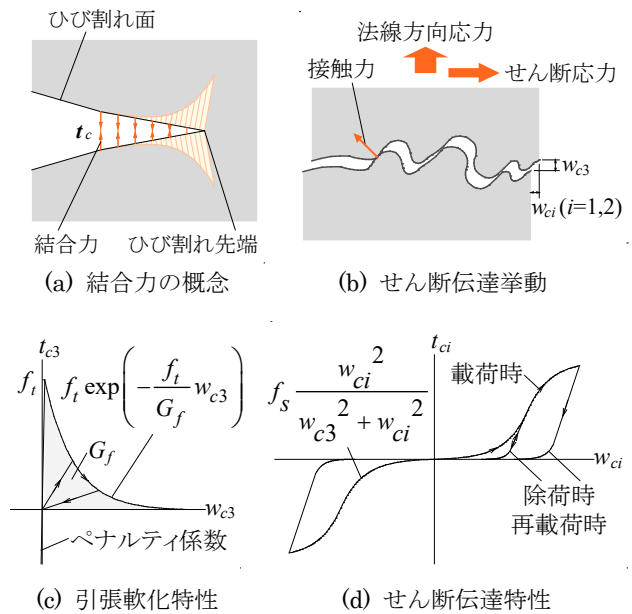


図-4 Cohesive crack モデル概要

考に定義しており、ひび割れ幅 $w_{c3}$ に応じてスリップ型の履歴特性が変化する引張-せん断連成モデルである。

FEMをはじめとする既往の手法でCohesive crackモデルを用いる場合、材料構成則に置換する等といった、間接的な導入方法に限られる。一方、本手法では、前述のように同モデルの直接的な表現が可能である。したがって、同モデルをより適切に導入できるという点で、本手法は、準脆性材料の破壊解析に適していると考えられる。

#### 4. 数値解析事例による有効性の検証

##### 4.1 両側切欠き試験片の引張破壊試験

最初に、単純な破壊解析事例として、平面的なひび割れが形成される問題を検討した。具体的には、図-5に示す両側切欠き(DEN, Double-edge notch)試験片の引張破壊試験<sup>8)</sup>を対象に、三次元静的破壊解析を実施した。この問題は、予め切欠き

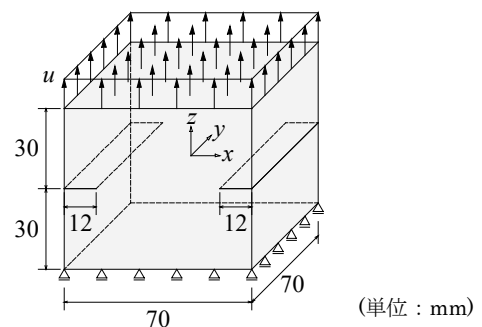


図-5 解析対象 DEN 試験片



を設けた試験片を切欠き面と垂直方向に引っ張ることで、試験片を破断させる試験である。

解析モデルを図-6に、解析諸元を表-1に各々示す。ここで、 $E$ : ヤング率、 $\nu$ : ポアソン比である。同図に示すように、対称性を考慮し、試験片の1/4をモデル化し、対称境界条件を対称面上に設けた。粒子は不規則配置とし、粒子配置の規則性に寄らず整形なひび割れ面が生じるかを検証した。粒子数は初期状態で23,988であるが、前述したひび割れ進展モデルにより粒子が追加・削除されるため、本手法では解析中に粒子数が変動する。また、破壊基準としてはRankine基準を採用し、Cohesive crackモデルのせん断伝達挙動を無視した。Rankine基準は、最大主応力が引張強度を超過した場合に破壊と判定するものであり、本手法では、破壊基準を満たした粒子において、最大主応力に垂直な方向へひび割れが進展する。尚、本解析事例では、形状関数作成における補間手法として、前述のIMLSに代わり、Kronecker-delta特性を部分的に満足する付帯条件付き移動最小二乗法(CMLS)<sup>9)</sup>を用いた。

解析結果より、ひび割れ進展の推移を図-7に、最大主応力分布の推移を図-8に各々示す。同図より、試験片両側の切り欠き先端からひび割れがX方向に伸び、試験片の中央で結合し破断に至ることが分かる。実現象では、材料不均一性等の非対称性により、片側の切り欠き先端のみからひび割れが進展しつつ、もう一方は除荷過程になる可能性があるが、本解析条件のように対称性が保たれている場合は、妥当な破壊挙動といえる。また、ひび割れ面はほぼ平滑に形成されており、粒子配置が不規則な場合においても、本手法による破壊解析が適用可能であることが分かる。次に、荷重-変位関係を図-9に示す。ここで、XFEMを用いた既往の解析結果<sup>9)</sup>を同図中に合わせて示す。同図より、本手法と既往の解析結果とを比較すると、最大荷重に達する前後までは同様の傾向を示しているが、荷重低下後の残留荷重が異なる。この原因として、既往の解析結果がXFEMを採用しており、ひび割れが進展・破断しても幾何形状及びメッシュは初期形状のまま分離しない点が挙げられる。つまり、XFEMは特殊な形状関数を用いて変形の不連続性を考慮しているため、本解析対象のように、試験片が完全に分離する不連続性の強い挙動は忠実に再現できない場合があり、破断後でもひび割れ間の応力が不自然に残留し得る。一方、本手法では、ひび割れ進展から破断に至るまで、幾

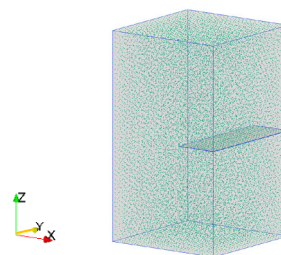


図-6 解析モデル DEN 試験片

表-1 解析諸元 DEN 試験片

$E$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\nu$	$f_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	$G_f$ (N/mm)
36,000	0.1	3.0	0.011

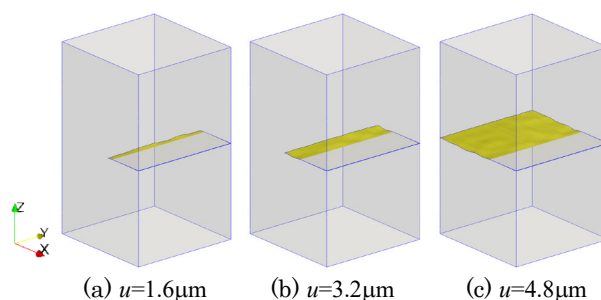


図-7 ひび割れ進展の推移 DEN 試験片

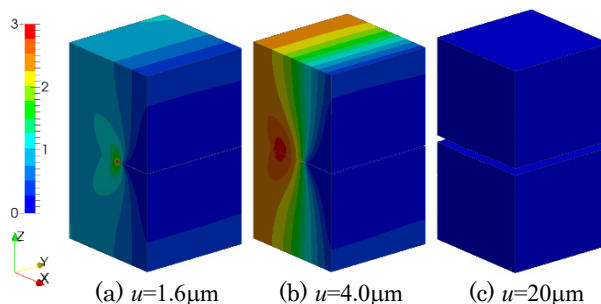


図-8 最大主応力分布 DEN 試験片

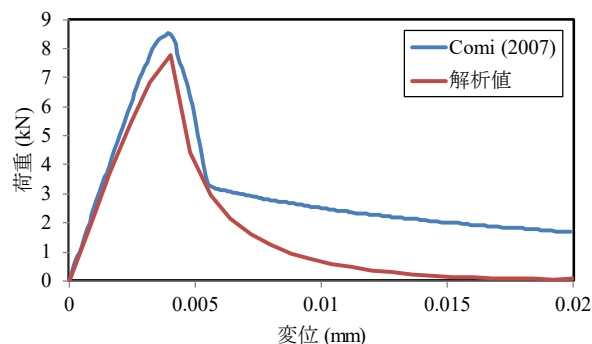


図-9 荷重-変位関係 DEN 試験片

何形状が実現象と同じく変化しており、不連続性の強い破壊問題への優れた適用性が確認できた。

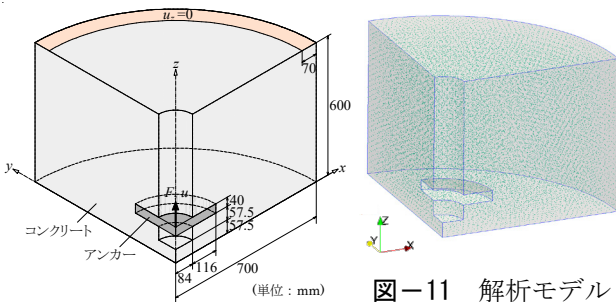
#### 4.2 アンカーの引き抜き試験

更に複雑な破壊解析事例として、三次元的なひ

ひび割れ面が形成される問題を検討した。具体的には、**図-10**に示すアンカーの引き抜き試験<sup>10)</sup>を対象に、三次元静的破壊解析を実施した。この問題は、コンクリートブロックの中央に埋め込まれたアンカーを、Z方向に強制変位させる試験である。

解析モデルを**図-11**に、解析諸元を**表-2**に各々示す。この問題は理想的には軸対称だが、三次元破壊解析手法を検証するため、同図のように試験体の1/4をモデル化し、コンクリート部分に初期状態で23,232粒子を不規則に配置した。アンカーは剛体と見做して陽にモデル化せず、アンカー上面とコンクリートとの接触面に強制変位を与えた。また、破壊基準にRankine基準を、形状関数作成時の補間手法にCMLSを各々採用し、Cohesive crackモデルのせん断伝達挙動を無視した。

解析結果より、ひび割れ進展の推移を**図-12**に、Z方向法線応力分布を**図-13**に各々示す。ひび割れは、最初にアンカー上面の外縁近傍で発生した後、コンクリート外周へ向かって放射状に進展し、最終的にコーン形状のひび割れ面を形成している。

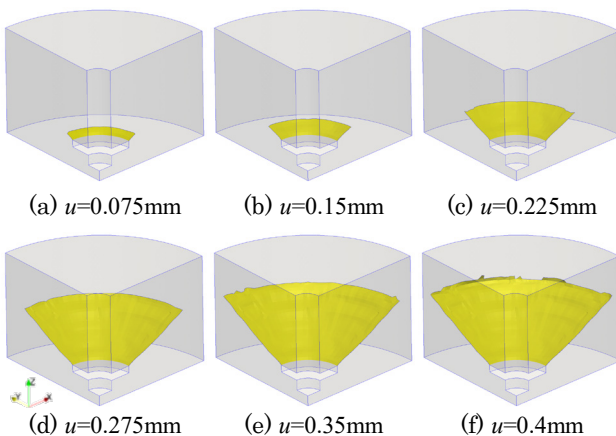


**図-10** 解析対象 アンカー

**図-11** 解析モデル アンカー

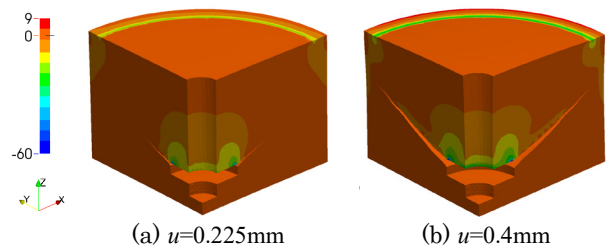
**表-2** 解析諸元 アンカー

$E$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\nu$	$f_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	$G_f$ (N/mm)
30,000	0.2	3.0	0.106

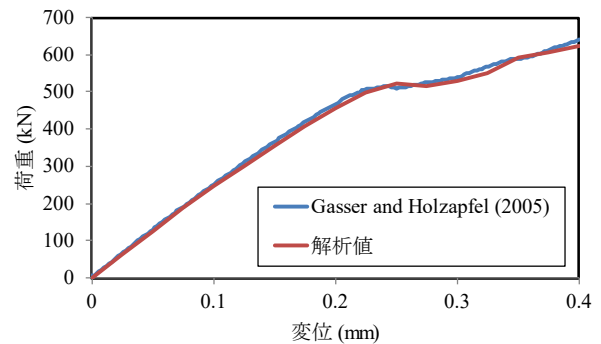


**図-12** ひび割れ進展の推移 アンカー

これは、既往の数値解析結果<sup>10)</sup>や試験結果<sup>11)</sup>で観察された傾向と一致している。次に、荷重-変位関係を既往の数値解析結果<sup>10)</sup>と合わせて**図-14**に示す。同図及び**図-12**より、500kN程度まで荷重がほぼ線形に上昇した後、荷重のわずかな低下とひび割れの急激な進展が生じ、ひび割れが変位固定境界直下近傍に達すると、荷重が再び増大している。以上の挙動は、既往の数値解析結果と概ね整合しており、立体的にひび割れが進展する問題に対し、本手法を適用可能であることが確認できた。



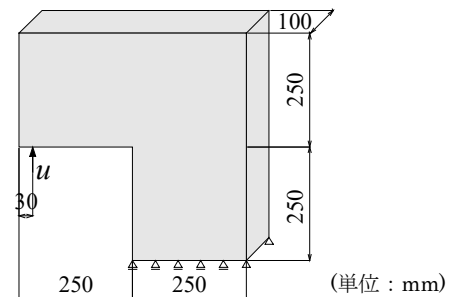
**図-13** Z方向法線応力分布 アンカー



**図-14** 荷重-変位関係 アンカー

#### 4.3 L字型コンクリート板の破壊試験

これまでの数値解析事例では、ひび割れが一方向に進展する問題を扱っている。それに対し、本数値解析事例では、ひび割れ進展方向が変化する問題を検討した。具体的には、**図-15**に示すL字型コンクリート板(L字板)の破壊試験<sup>12)</sup>を対象とした三次元静的破壊解析を実施した。この問題は、L



**図-15** 解析対象 L字板

字板の端面の一方を固定し、もう一端に鉛直方向の強制変位を与えるものである。

解析モデルを図-16に、解析諸元を表-3に各々示す。同図に示すように、対称性を考慮して試験体の1/2をモデル化した。また、粒子配置が解析結果に与える影響を検討するために、規則配置と不規則配置の2種類の解析モデルを用意した。初期状態の粒子数は、規則配置：11,856、不規則配置：10,767であり、同程度の粒子間隔となるように設定した。破壊基準は、 $J_2/2 + (f_c - f_t)I_1 - f_c f_t \leq 0$ で表される修正von Mises基準<sup>13)</sup>を用いた。ここで、 $I_1$ ：第一次応力不変量、 $J_2$ ：偏差応力の第二次不変量である。

解析結果より、解析終了時におけるひび割れ状況を既往の試験結果<sup>12)</sup>と合わせて図-17に、最大主応力分布の推移を図-18及び図-19に各々示す。同図より、ひび割れはL字板の隅角部で最初に発生し、曲面状に進展することが分かる。既往の試験結果も同様の傾向を示しており、破壊挙動を正確に再現できている。また、異なる粒子配置による解析結果を比較すると、形成されるひび割れ面やひび割れ近傍の応力分布に多少相違が見られる。この原因としては、ひび割れ近傍における応力状態の強非線形性・特異性が挙げられる。ひび割れ近傍においては、応力集中や接触・剥離等、応力分布に著しい変化をもたらす要因が重なっている。さらに、本手法では、ひび割れ進展方向が局所的な応力状態に基づくため、ひび割れ近傍の粒子配置が異なる場合、前述の要因によりひび割れ進展方向を決定する応力状態が大きく変化し得る。言い換えると、ひび割れ近傍における応力分布の急激な変化が、ひび割れ進展方向を不安定にしていると思われる。次に、荷重-変位関係を既往の試験結果<sup>12)</sup>と合わせて図-20に示す。同図より、解析結果と既往の試験結果を比較すると、解析結果は、粒子配置に依らず、試験結果より最大荷重に達するまでの剛性が高いことが分かる。この点について、文献<sup>14)</sup>では、線形弾性を仮定した剛性が試験結果より高いことから、固定不足による基部の剛体回転変位を試験結果の変位が含むと指摘している。この指摘を踏まえると、解析結果の初期剛性と線形弾性剛性、及び解析結果の最大荷重と試験結果の最大荷重がそれぞれ整合していることから、解析結果は妥当と考えられる。また、粒子配置による解析結果の相違に着目すると、規則配置の最大荷重が不規則配置より多少大きいことが分かる。これは、前述したひび割れ進展状況の

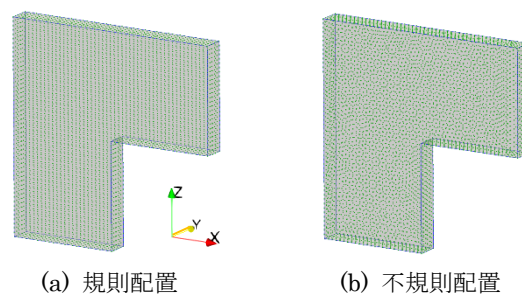


図-16 解析モデル L字板

表-3 解析諸元 L字板

$E$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\nu$	$f_t$ (N/mm <sup>2</sup> )	$f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	$G_f$ (N/mm)
25,850	0.18	2.7	31.0	0.09

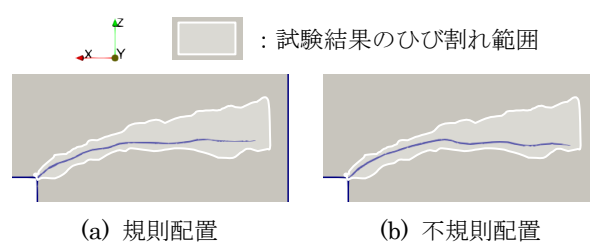


図-17 ひび割れ状況(隅角部) L字板

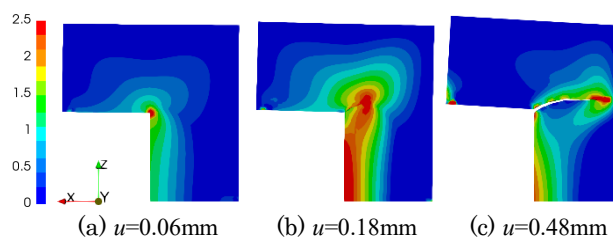


図-18 最大主応力分布(規則配置) L字板

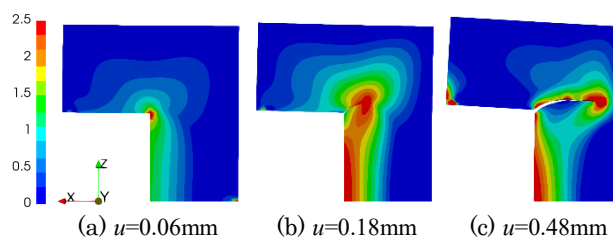


図-19 最大主応力分布(不規則配置) L字板

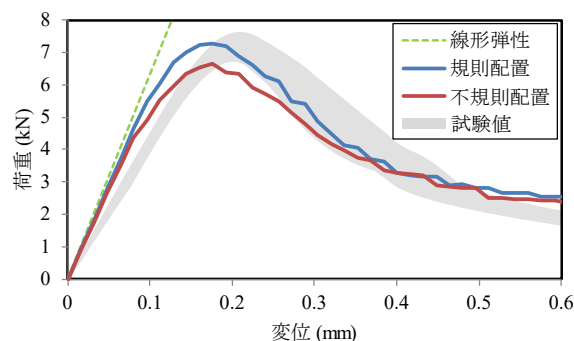


図-20 荷重-変位関係 L字板

差異に起因すると考えられる。以上より、ひび割れ進展方向が変化する問題に対して、解析結果は既往の試験結果と同様の傾向を示しており、本手法の有効性が確認できた。しかし、粒子配置等によるひび割れ近傍の局所的な応力状態の変化が、解析結果に少なからず影響を与えており、解析精度を高めるためには、ひび割れ進展方向決定手法の安定性向上が求められる。

## 5. 結論

1) MPCM に以下の事項を導入することで、破壊現象の力学的モデルを正確に反映したメッシュレス破壊解析手法を構築した。

- 形状関数作成における補間手法として Kronecker-delta 特性を満たす IMLS を採用し、変位境界を適切かつ簡便に処理可能とした。
- 力学的要件により定まる破壊基準やひび割れ進展方向、幾何形状変化を忠実に反映できるひび割れ進展モデル化手法を構築した。
- Cohesive crack モデルを直接的に導入することで、コンクリートの破壊挙動を適切に表現した。

2) 数値解析事例を用いた検討により、以下の事項について本手法の有効性を確認できた。

- 解析結果と既往の数値解析結果及び試験結果が良好に対応することを示した。
- ひび割れの進展により破断・分離に至るような不連続性の強い解析に適用可能であることを明らかにした。
- 立体的なひび割れ面や、ひび割れ進展方向が変化する問題に適用可能であることを確認した。

3) 今後の課題としては、以下の事項が挙げられる。

- 粒子配置等による影響の小さい、より安定したひび割れ進展方向決定手法の提案が求められる。
- 本報ではモード I 破壊を対象に検討したが、モード II・III 等を考慮した、より複雑な破壊現象への適用を検討する必要がある。

### <参考文献>

1) M. G. D. Geers, R. de Borst, R. H. J. Peerlings : Damage and crack modeling in single-edge and double-edge notched concrete beams, *Engng. Fract. Mech.*, 65, pp.247-261, 2000

2) T. Kawai : New discrete models and their application to seismic response analysis of structures, *Nuclear Engineering and Design*, 48, pp.207-229, 1978

3) E. Onate, S. Idelsohn, O. Zienkiewicz, R. Taylor : A finite point method in computational mechanics. Applications to convective transport and fluid flow, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 39 (22), pp.3839-3866, 1996

4) G. Barenblatt : The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks, *J. Appl. Math. Mech.*, 23 (3), pp.622-636, 1959

5) Kunle M. : Entwicklung und untersuchung von moving least square verfahren zur numerischen simulation hydrodynamischer gleichungen. Dissertation, Fakultät für Physik, Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen, 2001

6) M. Fleming, Y. Chu, B. Moran, T. Belytschko, Y. Lu, L. Gu : Enriched element-free Galerkin methods for crack tip fields, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 40 (8), pp.1483-1504, 1997

7) 李宝禄, 前川宏一 : 接触密度関数に基づくコンクリートひび割れ面の応力伝達構成式, *コンクリート工学論文集*, 26 (1), pp.123-137, 1988

8) C. Comi, S. Mariani, U. Perego : An extended fe strategy for transition from continuum damage to mode I cohesive crack propagation, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 31 (2), pp.213-238, 2007

9) 野口裕久, 川島徹也 : 付帯条件付き最小自乗法に基づくグリッドレス手法の構造解析への適用, *計算工学講演会論文集*, 2, pp.391-394, 1997

10) T. C. Gasser, G. A. Holzapfel : Modeling 3D crack propagation in unreinforced concrete using PUFEM, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 194 (25), pp.2859-2896, 2005

11) J. G. Rots : Computational modeling of concrete fracture, Ph.D. thesis, Delft University of Technology, 1988

12) Winkler B., Hofstetter G., Lehar H. : Application of a constitutive model for concrete to the analysis of a precast segmental tunnel lining, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 28, pp.797-819, 2004

13) Williams J.G. : *Stress Analysis of Polymers*, 2nd ed. Ellis Horwood, Chichester, 1980

14) M. Kitzig, U. Häußler-Combe : Modeling of plain concrete structures based on an anisotropic damage formulation, *Materials and Structures*, 44, pp.1837-1853, 2011