

地盤基礎分野における大変形問題への数値解析的な近年の取り組み

桐山 貴俊

福武 毅芳

(技術研究所)

(技術研究所)

Numerical approach for geotechnical large deformation problems in recent years

Takatoshi Kiriyama Kiyoshi Fukutake

地盤材料の変形は局所化を伴う場合がある。地盤工学の分野では、この変形の局所化を如何に数値解析的にモデル化するか多くの研究がなされてきた。数学モデルとしては、要素挙動を対象とする構成式、地盤および建屋構造物を含む全体系を対象とする数値計算法がある。著者らが取り組む、全体系を対象とする粒子法は、連続体に基づく計算法でありながら、空間の離散化と計算空間を切り離すことで大変形問題まで適用可能な数値計算法である。著者らはこれまで、地盤材料の大変形問題に着目し、様々な数値解析を実施してきた。本稿では、著者らの既報を基に、近年の地盤基礎分野における大変形問題への数値解析的取り組みを包括的に記載する。

Deformation of geomaterial involves strain localization. Intensive investigations have been focused on how the strain localization is modeled by numerically in geotechnical engineering. There are two types of modeling in the numerical analysis: one is the constitutive modeling which simulates a geomaterial element behavior; the other is the numerical modeling which simulates the whole structure of buildings and ground considering their interactions. The particle-based method, which the authors have been developing to simulate the whole structure, is based on the continua theory and is able to simulate the intensive large deformation by separating the spatial discretization and the calculation of discretized equations. The authors have applied the method to the deformation problems of geomaterial focusing on the large deformation behavior. In this report, based on the previous reports of the authors, numerical approaches for geotechnical large deformation problems in recent years are reviewed.

1. はじめに

地盤材料の変形は局所化を伴う場合がある。地盤構造物をマクロな視点で見ると対象物全体が変形しているように見えるが、ミクロな視点で見ると、微細なせん断帯が複数形成され、それら微細な変形の重ね合わせとして全体変形が構成されていることが分かる。この事は地盤材料を対象とした室内力学試験結果からも明らかである。写真-1は三軸圧縮試験終了時の供試体の変形状況である。三軸供試体は圧縮力により変形が局所化し、明瞭なせん断帯を示している。地盤材料の変形の局所化は、全体系を対象とした模型実験でも観察できる。写真-2は盛土斜面を対象とした振動実験後の盛土変形状況である¹⁾。斜面内部の着色した地盤を観察する不連続面が確認でき、明瞭なせん断帯を形成していることが確認できる。

地盤材料を対象とする数値解析において、この変形の局所化を如何に数値解析的にモデル化するか多くの研究がなされてきた²⁾。数学モデルとしては、ミクロな材料挙動を構成式として表す要素モデルと、地盤・構造物系全体を対象とする全体系モデルがある。前者は材料挙動としての応力-ひずみ関係をモデル化の対象としており、後者は対象物系の空間離散化がモデル化の対象となる。大変形問題に着目すれば、特に空間離散化のモデル化が解決すべき課題であり、その課題を解決するために、著者らは粒子法の大変形問題への適用性について研究してきた。著者らが取り組む粒子法は連続体に基づく数値計算法でありながら、空間の離散化と計算空間を切り分けることで、要素を用いた連続体解析法では不可能であった微小変形から大変形問題まで計算可能とした手法である。著者らはこれまで、地盤材料の大変形問題に着目



(a) X型 (b) たすき型
写真-1 三軸圧縮試験後の供試体状況

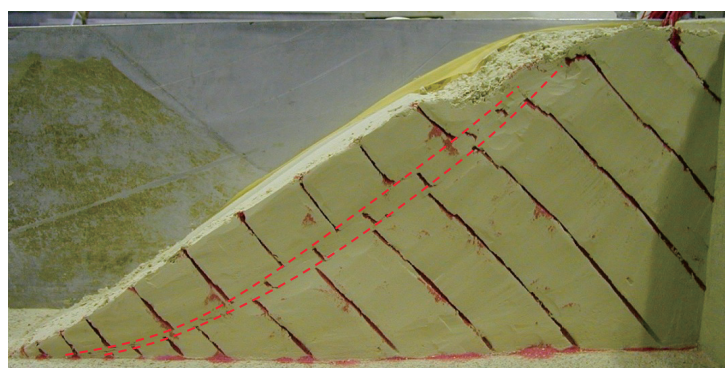


写真-2 振動実験後の盛土変形状況¹⁾

し、様々な数値解析を実施しており、本稿では、著者らの既報を振り返り、地盤基礎分野における大変形問題への数値解析的な近年の取り組みについて報告する。

2. 数値計算法としての粒子法

粒子法(Particle-based method)は、大別すると連続体力学に基づく数値計算法と離散体力学に基づく数値計算法に分類される。前者の代表例として Smooth Particle Hydrodynamics(SPH)法³⁾、Material Point Method(MPM)⁴⁾、Moving Particle Semi-Implicit(MPS)法⁵⁾があり、後者の代表例は Discrete Element Method(DEM)⁶⁾がある。定式化の詳細は原著に譲るが、数値計算法の活用には、観測者が連続体と見なせる(見なす)材料挙動であれば連続体に基づく粒子法を、観測者が離散体と見な

せる(見なす)対象であれば離散体力学に基づく粒子法を用いることが基本となる。地盤材料は厳密には土粒子が集合した離散体であるが、軽微な変形挙動は連続体と見なせるため連続体として取り扱う場合が多い。一方、石垣などその変形が主に個体間の境界で生じる場合は離散体として取り扱っている。

いずれの粒子法においても粒子は、物理量を保有し、近隣粒子あるいは近隣格子点から補間関数を用いて物理量の内挿・外挿を繰り返す点は共通している。補間関数は、有限要素法(Finite Element Method、以下 FEM)の形状関数と類似の役割を提供する。粒子法はこの補間関数を用いることで、要素と言う形状による制約から解放され、変形の局所化を伴う大変形問題の計算を可能としている。

粒子法における代表的な数値計算法の計算サイクルを図-1に示す。前述の連続体力学に基づく粒子法の内、著者らが取組んできた手法は MPM の派生

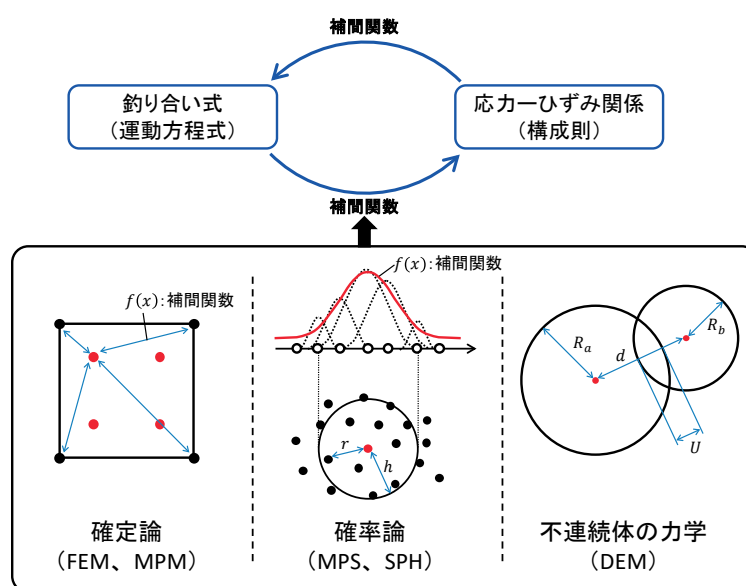


図-1 数値計算法の計算サイクルと補間関数⁷⁾

手法であり近隣格子点の物理量を参照するタイプの補間関数(nearest grid point interpolation)を用いる。この時、格子点を参照する補間関数は FEM の形状関数と類似のもので確定論(あるいは決定論)的手法と言われる。一方、SPH 法、MPS 法は近隣粒子の物理量を参照するタイプの補間関数(nearest particle interpolation)を用いる。両者は近隣粒子の物理量から統計的に自身の物理量を補間するため確率論的手法と言われる。

3. 計算格子を用いた連続体に基づく粒子法

3.1 地盤材料の変形問題への適用

計算格子を用いた粒子法(個体力学では MPM)については近年世界的に活発な研究が行われている。日本国内においては、先駆的な取り組みは Konagai and Johansson⁸⁾が三軸試験、断層進展に着目した変形解析を報告している。その後、阿部ら⁹⁾が流動土砂に関する実現象の再現解析を、Higo et al.¹⁰⁾が多相系地盤へ拡張し、手法の地盤材料への適用性の高さが示されてきた。著者らも MPM の適用性を確認するために、基礎的な三軸圧縮試験の再現解析¹¹⁾から、大変形下で変形の局所化を伴うより実用的な問題である基礎の貫入解析¹²⁾、ニューマチックケーソン沈設解析¹³⁾などを対象に粒子法による数値解析を実施してきた。海外に目を向けると、欧米大学を中心にコンソーシアム¹⁴⁾が生まれソフトウェアを開発・技術展開している。多相系を考慮した斜面崩壊¹⁵⁾、コーン貫入試験¹⁶⁾など実問題への適用例が報告されている。解析コードに関しては、カリフォルニア大学バークレイ校がアカデミックコードを大学ホームページ¹⁷⁾で公開するなど、新たに解析技術を工学利用する者に対しても当該手法を使用しやすい環境が整いつつある。

3.2 計算アルゴリズム

簡略的であるが計算格子を用いる粒子法⁴⁾についてその計算アルゴリズムを以下に示す。支配方程式は固体の連続体力学に基づいており、弱形式で離散化された支配方程式は次式で表される。

$$\sum_j m_{ij} \mathbf{a}_j = - \sum_p M_p \sigma^s \nabla S_{ip} + \sum_i \tau_p + \sum_i \mathbf{b}_i \quad (1)$$

ここに、 m_{ij} 、 \mathbf{a}_j 、 M_p 、 σ^s 、 τ_p 、 \mathbf{b}_i 、はそれぞれ、格子点質量、格子点加速度、粒子質量、粒子比応力、粒子表面応力、粒子に作用する体積力係数である。また S_{ip} は粒子・格子点で物理量を伝達する補間関数

である。式(1)の右辺は外力(f_i^{ext})と内力(f_i^{int})の和として次式で求まる。

$$f_i = f_i^{ext} + f_i^{int} \quad (2)$$

$$f_i^{ext} = \int_{\Omega} S_i \mathbf{b}_p \rho d\Omega + \int_{\Gamma_t} S_i \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Gamma \quad (3)$$

$$f_i^{int} = - \int_{\Omega} \nabla S_i \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (4)$$

式(1)~(4)より各格子点における運動方程式が次式で求まる。この際、導出過程で分布質量を集中質量へ置き換えている。

$$m_i \mathbf{a}_i = f_i = f_i^{ext} + f_i^{int} \quad (5)$$

格子点加速度より粒子加速度(\mathbf{a}_p)、速度(\mathbf{v}_p)、座標(\mathbf{x}_p)が次式より求まる。

$$\mathbf{a}_p = \sum_i S_{ip} \mathbf{a}_i \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_p^{n+1} = \mathbf{v}_p^n + \sum_i S_{ip} \mathbf{a}_i \Delta t \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_p^{n+1} = \mathbf{x}_p^n + \sum_i S_{ip} \mathbf{v}_i^n \Delta t \quad (8)$$

ここに Δt は積分時間間隔である。格子点速度は格子点加速度から求めるのではなく、運動量保存を仮定し、粒子速度から次式で求める。

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \sum_p S_{ip} \mathbf{v}_p^{n+1} m_p / m_i \quad (9)$$

ひずみ増分、応力増分は次式より求める。

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{n+1} = \sum_p \{ (\nabla S_{ip} \mathbf{v}_p^{n+1}) + (\nabla S_{ip} \mathbf{v}_p^{n+1})^T \} \Delta t / 2 \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_p^n + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{n+1} \quad (11)$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_p^{n+1} = K \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_p^{n+1} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_p^{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_p^n + \Delta \boldsymbol{\sigma}_p^{n+1} \quad (13)$$

以上の計算過程を陽的に繰返し数値解析を進める。上記計算過程を見てわかる通り、物理量の外挿、内挿に補間関数を用いることから、補間関数が数値計算法の要点であることが理解できる。

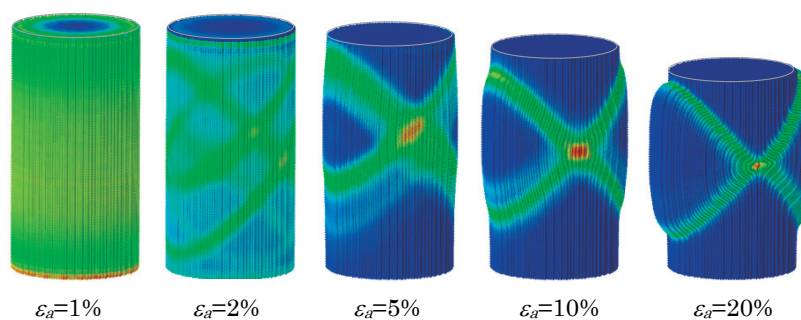
上記アルゴリズムは、物性値としての体積は有しているが幾何形状は有していなかった。そのため、計算過程において粒子が計算格子をまたぐ際、数値振動が生じるなど問題が生じていた。Bardenhagen and Kober は粒子の影響範囲を考慮することでこの問題を解決(Generalized Interpolation Material Point Method、以下 GIMP 法¹⁸⁾)した。後述する著者らが取り組む数値計算法も GIMP 法を発展させた定式化である。

3.3 粒子法による地盤変形解析

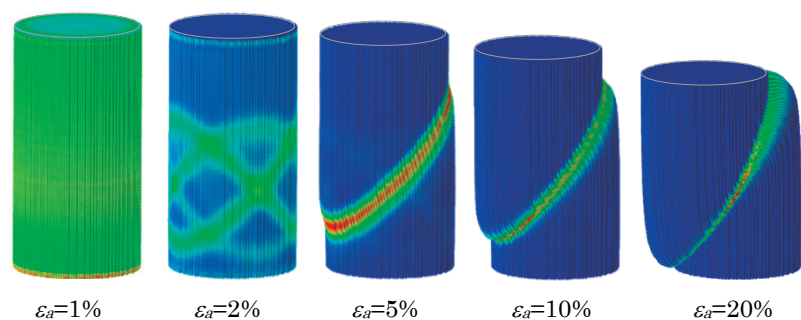
ここでは対象の離散化に粒子のみを用いた解析例を紹介する。

図-2、図-3 は地盤材料として不飽和 DL クレイ (含水比 16.6%) を用いた三軸圧縮試験の再現解析結果である¹⁹⁾。三軸圧縮試験では、異なる拘束圧(10、50、100kPa)による等方圧密後、変位制御(軸ひずみ 1%/min)により圧縮载荷している。解析的には等方圧密後、キャップの側方拘束条件を固定・自由の 2 ケース変更し、ダミー粒子を用いたキャップを紹介

て解析モデルを圧縮载荷した。地盤構成則は降伏条件・ポテンシャル関数共に Mohr-Coulomb の破壊基準を用いている。供試体に生じる最大せん断ひずみを図-2 に示している。図-3 はマクロでみた供試体の応力-ひずみ関係である。応力-ひずみ関係算出のための軸応力はモデル底面粒子の鉛直応力を平均することで算出している。解析結果によれば、供試体内に生じる変形の局所化は、キャップ水平固定条件で X 型、キャップ水平自由条件でたすき型を示しており、写真-1 と整合している。またマクロでみ

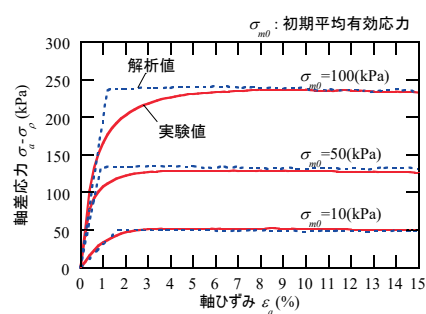


(a) キャップ水平固定条件

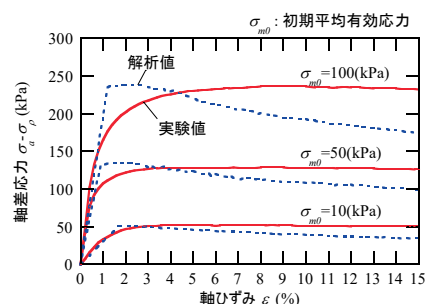


(b) キャップ水平自由条件

図-2 三軸圧縮試験におけるせん断帯の形成(変形および最大せん断ひずみコンター)、 $\sigma_{m0}=10(\text{kPa})$ ¹⁹⁾



(a) キャップ水平固定条件



(b) キャップ水平自由条件

図-3 マクロでみた三軸試験の応力-ひずみ関係¹⁹⁾

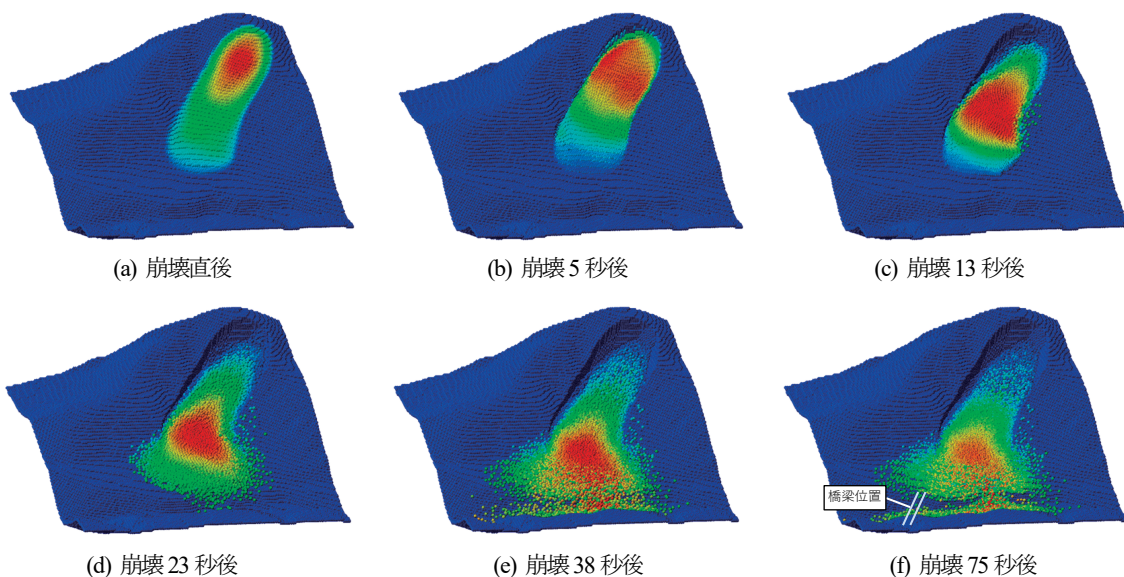


図-4 粒子法を用いた斜面崩壊解析²⁰⁾

た応力一ひずみ関係に着目すると、構成則の制約でバイリニア挙動となるものの、実験結果のピーク応力を適切に再現できている。変形挙動と応力一ひずみ関係のいずれも実験と整合する解析結果であり、粒子法が地盤材料へ高い適用性を示している。

図-4 は熊本地震(2016年)において南阿蘇立野地区で発生した斜面崩壊の再現解析で、土砂が斜面を流下する状況を示している²⁰⁾。この地区では斜面崩壊に加え、斜面直下で旧阿蘇大橋が崩落している。崩壊土砂が橋桁へ堆積したことが橋梁崩落に影響したか否かを推定するため、崩壊土砂の挙動に着目した数値解析を実施した。数値解析は、国土地理院の数値標高モデルを基に地形モデルを作成し、事後に推定された崩壊範囲に強度低減した土粒子を配置し、自重により斜面崩壊させる手順で実施した。数値解析結果によれば土砂崩壊は崩壊開始から75秒で堆積が終了し、斜面麓部と河川内へ土砂が堆積する状況が分かる。旧阿蘇大橋は最も土砂が堆積した地点より下流に位置し橋桁への土砂堆積は多くなかったものと推定された。

4. 任意形状粒子への拡張と粒子・要素混合法

4.1 任意形状粒子への拡張 (APDI 法)

旧来の粒子法は対象物全体を均一に離散化するため多くの解析メモリ・計算負荷を要するという難点があった。その課題を解決するために、桐山・肥後は任意形状の空間離散化を可能とする定式化 (Arbitrary Particle Domain Interpolation Method、以下 APDI 法²¹⁾) を示し自由度の高い空間離散化を実現した。APDI 法は GIMP 法で定義する以下の補間関数とその導関数を任意形状の支配領域へ拡張した手法である。

$$\bar{S}_{ip} = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p \cap \Omega} \chi_p S_i dx \quad (12a)$$

$$\bar{\nabla S}_{ip} = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p \cap \Omega} \chi_p \nabla S_i dx \quad (12b)$$

ここに、 V_p 、 Ω_p 、 Ω 、 χ_p はそれぞれ粒子体積、粒子領域、全空間領域、粒子領域を示す関数、である。APDI 法の空間離散化は有限要素法の要素を支配領域とするもので、8 節点ソリッド要素の場合、次式に示す補間関数とその導関数が導かれる。

$$\bar{S}_{ip} \cong \frac{1}{V_p} \sum_{\alpha=1}^8 \left(\sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 s_j s_k s_l N_{\alpha}^p(\xi_j, \eta_k, \zeta_l) |J(\xi_j, \eta_k, \zeta_l)| \right) S_i(X_{\alpha}^p) \quad (13a)$$

$$\bar{\nabla S}_{ip} \cong \frac{1}{V_p} \sum_{\alpha=1}^8 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 s_j s_k s_l \nabla N_{\alpha}^p(\xi_j, \eta_k, \zeta_l) [C(\xi_j, \eta_k, \zeta_l)] S_i(X_{\alpha}^p) \quad (13b)$$

ここに、 s_j 、 s_k 、 s_l は数値積分に用いる重み、 N_{α}^p は領域頂点 α における粒子 p の形状関数、 J はヤコビアン、 C は $\det \cdot J^{-1}$ で表されるマトリックスである。導出過程は省略しているが、2次元 Tri3、Quad4、3次元 Tetra3、Tetra4、Hexa6 など要素種類毎の補間関数が同様に導出できる。

4.2 粒子・要素混合法

APDI 法への拡張は、計算格子を用いて要素(任意形状粒子)での離散化を可能とする手法であるが、大変形下において要素形状が破綻するという有限要素法で見られる問題を再度生じさせることとなる。著者らは、この問題へ対処するために空間離散化を特定の領域毎に切り分ける方法を提案した²²⁾。具体的には、大変形が期待される領域は粒子で離散化し、大変形が期待されない領域は要素で離散化する手法である。粒子と要素を連成させるため粒子・要素連成法と呼ぶ。以下に粒子毎に異なる補間関数を適用する際の定式化を示す。

対象領域の支配方程式は次式で表される。

$$\int_{\Omega} \rho \mathbf{w} \cdot \mathbf{a} d\Omega = - \int_{\Omega} \rho \sigma^s : \nabla \mathbf{w} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\tau} dS + \int_{\Omega} \rho \mathbf{w} \cdot \mathbf{b} d\Omega \quad (14)$$

ここに、 \mathbf{w} は重み関数である。

上式を二つの副領域へ分割する。本来、分割境界において連成項が生じるが、離散化後、計算格子を用いて全体系へ重ね合わせる過程で連成項が打ち消し合うためここでは支配方程式に含めていない。

$$\int_{\Omega_1} \rho \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{a} d\Omega_1 = - \int_{\Omega_1} \rho \sigma^s : \nabla \mathbf{w}_1 d\Omega_1 + \int_{\partial\Omega_1} \mathbf{w}_1 \cdot \boldsymbol{\tau} dS_1 + \int_{\Omega_1} \rho \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{b} d\Omega_1 \quad (15a)$$

$$\int_{\Omega_2} \rho \mathbf{w}_2 \cdot \mathbf{a} d\Omega_2 = - \int_{\Omega_2} \rho \sigma^s : \nabla \mathbf{w}_2 d\Omega_2 + \int_{\partial\Omega_2} \mathbf{w}_2 \cdot \boldsymbol{\tau} dS_2 + \int_{\Omega_2} \rho \mathbf{w}_2 \cdot \mathbf{b} d\Omega_2 \quad (15b)$$

ここに下添え字 1、2 は各副領域を表す。

副領域はそれぞれ離散化することが可能であり、副領域毎に異なる補間関数を用いることができる。大変形下であっても堅牢な計算プロセスを有する粒子

と、任意形状の離散化が可能な要素を、それぞれの副領域に適用することで、粒子・要素連成法が実行可能となる。

4.3 粒子・要素連成法による地盤大变形解析

既往の数値計算法は例えば地下構造物のモデル化に関して、構造物が予め所定の深度に設置された完成系の解析モデル(*wish in place*)を対象としてきた。一方、粒子法は FEM 等の格子法で問題となる極度な変形状態においても数値計算法としての堅牢性があるため、基礎/地下構造物の施工過程を含めた数値解析が可能となる。

図-5、図-6 は地盤材料に積層アルミ棒を用いて実施した、模型拡底杭の引抜き実験およびその再現解析結果である²³⁾。図中の $\gamma_{p,lim}$ はダイレイタンスーが定常状態を示す塑性せん断ひずみである。凡例 exp.1~3 が実験結果、 $\gamma_{p,lim}=0\sim\infty$ が解析結果である。小型模型実験は模型地盤深さが 20cm と浅いため低拘束圧下における地盤挙動に着目した。積層アルミ棒は模型側方より地盤挙動が観察できるため 2次元解析と比較する目的では有効な模型実験と言える。解析モデルは 2次元の半分モデルで、地盤構成則は前述の Mohr-Coulomb 則に塑性せん断ひ

ずみに応じてダイレイタンスー角を低減することで軟化挙動を考慮している。杭および遠方地盤は要素(任意形状粒子)、杭近傍地盤は粒子でモデル化する粒子・要素混合法を実施した。図-5 は実験および数値解析から求めた荷重—変位関係である。実験結果に材料不均質に基づくバラツキがあるものの、解析結果と比べるとダイレイタンスーによる軟化挙動の上限・下限の範囲内に収まっており、ダイレイタンスーの観点から引抜き抵抗を説明できることが報告されている²³⁾。図-6 は各引抜き段階における最大せん断ひずみ、鉛直変位の分布図である。結果図より粒子・要素混合法は拡底杭が引抜ける極度な変

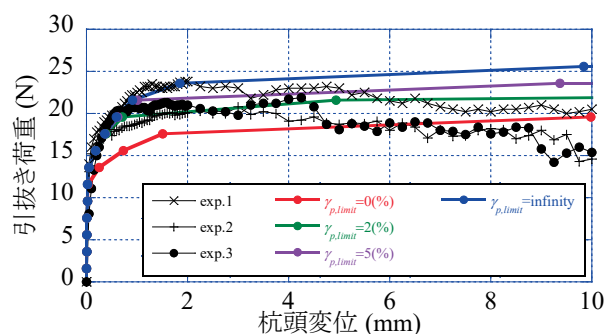
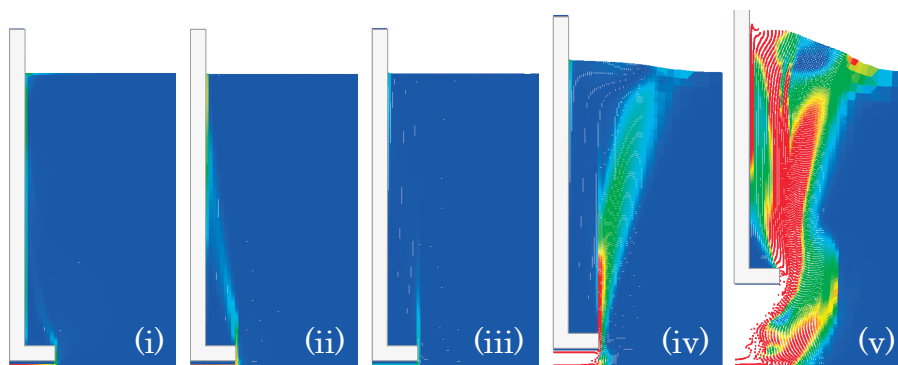
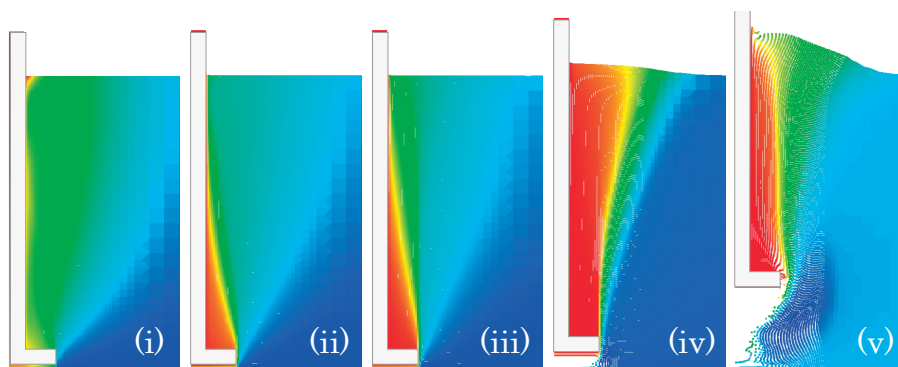


図-5 模型拡底杭の引抜き実験および再現解析 ($\gamma_{p,lim}=0\%$ 、 2% 、 5% 、無限%)から求めた荷重—変位関係の比較。(拡底角度 90 度)²³⁾



(a) 最大せん断ひずみ



(b) 鉛直変位

図-6 拡底杭引抜き時の地盤変形(引抜き荷重(N) : (i) 11.6、(ii) 15.6、(iii) 19.6、(iv) 21.6、(v) 23.6)²³⁾

形挙動を追跡できることを示すとともに、低拘束圧下における杭引抜き時の地盤抵抗領域は円錐台型を示すことが明らかとなった。

図-7 はニューマチックケーソンの沈設解析を粒子・要素混合法で実施した適用例²⁴⁾で、ケーソン沈設過程における外周地盤およびケーソン刃先近傍地盤の変形状況を把握するために実施した。2次元の半モデルで、ケーソン、矢板、遠方地盤は要素(任意形状粒子)でモデル化し、掘削領域とその近傍および地表に粒子を配置している。重力場にあるケーソン躯体は直下の粒子を掘削(削除)することで鉛直方向の力のつり合いが崩れ鉛直下側へ沈下する。図-7によれば沈設開始直後(G.L.-5m)から沈設完了時(G.L.-60m)にかけて刃先から作業室側に回り込むようなすべり線が見える。このことからケーソン躯体は刃先近傍地盤を作業室側へ巻き込みながら沈下していることが分かる。従来の数値解析では、各施工深度におけるケーソンと地盤のつり合いにより地盤変形を評価してきた。これは希望する位置へ予め構造物を設置するモデリング(*wish in place*)であり施工過程を考慮することができない。一方で粒子・要素混合法では地盤掘削によりケーソンが沈下するため地盤掘削により予定深度へ到達することは無く、力のつり合いから到達深度が決定される。

図-8 は直接基礎の貫入解析である²⁴⁾。対称性を

考慮した1/4モデルであるが、基礎近傍は粒子を配置し、基礎および外周地盤は変形の局所化を生じないため要素(任意形状粒子)でモデル化することで計算負荷を軽減している。重力場にある基礎の自重を段階的に増加させることで基礎を地盤へ貫入させている。地盤挙動に着目するため結果図に基礎は表示していない。図-8によれば平均接地圧100(kPa)で地盤は弾性応答であり基礎直下地盤内に応力球根が形成されている。平均接地圧300(kPa)で基礎外縁に局所化が始まり、平均接地圧600(kPa)で基礎は完全に地盤へ貫入し押し込み楔が形成されると共に、基礎側方に沿って地盤のせん断変形が卓越する様子が分かる。粒子法による解析では3次元解析で特に解析メモリ・計算負荷が急増するため、粒子・要素混合法により両者の軽減を図り実用的な数値解析を実行することが可能となる。

5. まとめ

著者らがこれまで取り組んできた計算格子に基づく粒子法とその発展手法であるAPDI法および粒子・要素混合法についてそれぞれの定式化および解析例を示した。粒子法が変形の局所化を伴う地盤の大変形解析へ適用できる手法であることを示した。また粒子・要素混合法を用いることで予定深度に構造物を設置する従来法では困難であった施工過程を

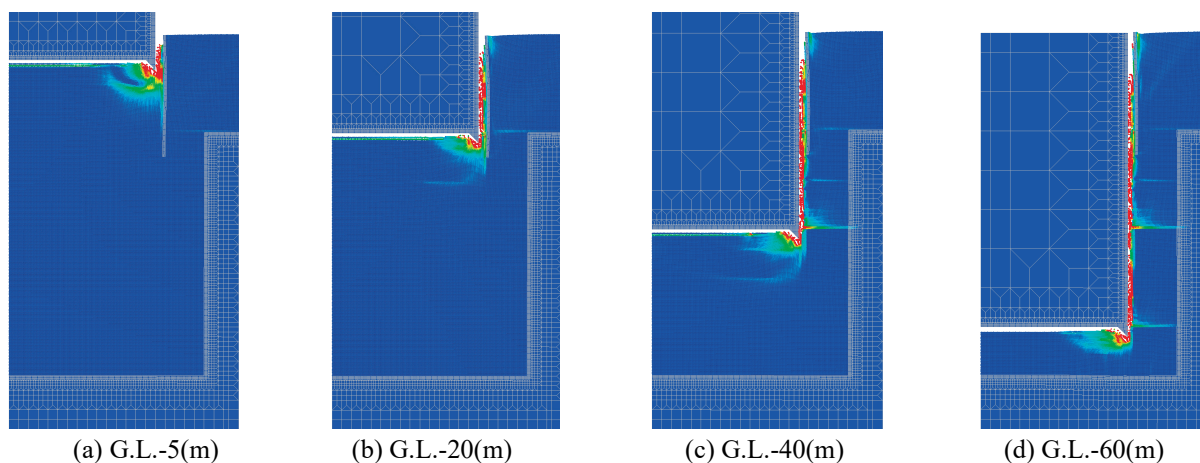


図-7 粒子・要素混合法によるニューマチックケーソンの沈設解析(最大せん断ひずみ)²⁴⁾

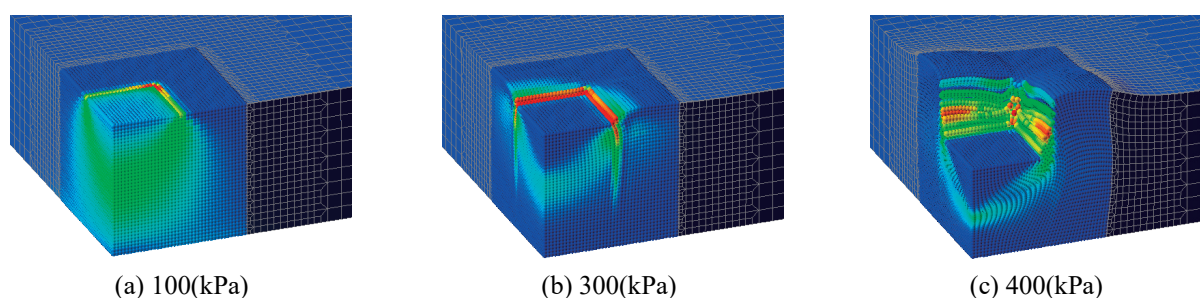


図-8 粒子・要素混合法を用いた基礎貫入時の支持地盤挙動(最大せん断ひずみ)²⁴⁾

考慮した数値解析が可能であることを示した。

以上報告したように粒子法および粒子・要素混合法は地盤の大変形問題への高い適用性があることが明らかである。本稿で示した力のつり合いに基づく施工過程を考慮した数値解析が建設分野で今後適用されていくことを期待したい。

<参考文献>

- 1) 常田賢一, 張至鎬, 小田和広, 中平明憲, 大槻明: 地震時のすべり破壊に対する道路盛土の耐震性向上に関する遠心載荷実験, 土木学会地震工学論文集, Vol.29, pp.637-645, 2007.
- 2) Kodaka, T., Higo, Y. and Takyu, T.: Deformation and failure characteristics of rectangular clay specimens under three-dimensional condition, Proceedings of The 15th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, pp.167-170, 2001.
- 3) Monaghan, J. J. and Lattanzio, J. C.: A refined particle method for astrophysical problems, Astronomy and Astrophysics, Vol.149, No.1, pp.135-143, 1985.
- 4) Sulsky, D., Chen, Z. and Schreyer, H. L.: A particle method for history-dependent materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.118, pp.179-196, 1994.
- 5) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, Vol.123, pp.421-434, 1996.
- 6) Cundall, P. A.: A computer model for simulating progressive large scale movement in block rock system, Proceedings of Internal Symposium of Rock Fracture, Vol.2, pp.129-136, 1971.
- 7) 桐山貴俊: 数式のない土木の数値解析セミナー第5回「粒子法による地盤大変形問題への適用」, 土木学会誌, Vol.102, No.5, pp.36-37, 2017.
- 8) Konagai, K. and Johansson, J.: Lagrangian particles for modeling large soil deformations, Seismic Fault-Induced Failures, pp.101-108, 2001.
- 9) 阿部慶太, Jorgen Johansson, 小長井一男: MPMを応用した高速長距離土砂流動の運動範囲予測のための数値解析手法, 土木学会論文集 C, Vol.63, No.1, pp.93-109, 2007.
- 10) Higo, Y., Oka, F., Kimoto, S., Morinaka, Y., Goto, Y. and Chen, Z.: A coupled MPM-FDM analysis method for multiphase elasto-plastic soils, Soils and Foundations, Vol. 50, pp.515-532, 2010.
- 11) 桐山貴俊: GIMPMPを用いた三軸圧縮試験の破壊シミュレーション, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.69, No.2, pp.I_321-I_332, 2013.
- 12) Kiriya, T. and Higo, Y.: Application of material point method to bearing capacity problems of shallow foundations, Proceedings of the 16th Asia regional conference on soil mechanics and geotechnical engineering, 2019.
- 13) Kiriya, T., Ko, D. Endo, K. and Higo, Y.: Application of particle-element coupled method to numerical forecasting of pneumatic caisson installation, Proceedings of 2nd international conference on the material point method for modeling soil-water-structure interaction, pp.68-71, 2019.
- 14) MPM Research Community, <http://www.mpm-dredge.eu/>, (2021年10月22日閲覧)
- 15) Yerro, A., Alonso, E. E., and Pinyol, N. M.: The material point method for unsaturated soils, Géotechnique, Vol.65, No.3, pp.201-217, 2015.
- 16) Ceccato, F., Beuth, L., Vermeer, A. and Simonini, P.: Two-phase material point method applied to the study of cone penetration, Computers and Geotechnics, Vol.80, pp.440-452, 2016.
- 17) University of California Berkeley, Computational Geomechanics Research Group, <https://www.cb-geo.com/research/mpm/>, (2021年10月22日閲覧)
- 18) Bardenhagen, S. G. and Kober, E.M.: The generalized interpolation material point method, Computer Modeling in Engineering and Science, Vol.5, No.6, pp477-495, 2004.
- 19) 桐山貴俊: MPMを用いた三軸供試体のせん断帯形成に関する数値解析的検討, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.70, No.2, I_441-I_451, 2014.
- 20) 桐山貴俊・福武毅芳: Material Point Methodを用いた斜面崩壊解析, 土木学会第72回年次学術講演会, pp.353-354, 2017.
- 21) 桐山貴俊, 肥後陽介: 計算格子を利用した領域積分数値計算法の地盤大変形問題への適用, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.72, No.2, I_155-I_165, 2016.
- 22) Kiriya, T. and Higo, Y.: Arbitrary Particle Domain Interpolation Method and Application to Problems of Geomaterial Deformation, Soils and Foundations, Vol.60, No.6, pp.1422-1439, 2020.
- 23) 桐山貴俊, 大竹浩太, 赤木寛一: 拡底杭引抜き時における低拘束圧地盤の変形挙動—実験および数値解析—, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.76, No.2, pp.I_269-I_278, 2020.
- 24) 桐山貴俊・遠藤和雄・高東熙・肥後陽介: 地盤材料へ適用する粒子・要素混合法の定式化と応用, 計算工学講演会論文集, Vol.25, 2020.